

Algo 2 : Etude d'une tâche

Rechercher une valeur dans un tableau trié

Algorithme 4 : recherche_dichotomique (A, n, x)

Entrées :

- A : tableau **trié**
- n : nb d'éléments dans A
- x : valeur recherchée dans A

Sorties :

- soit indice i tel que $A[i]=x$
- soit valeur spéciale « Non Trouvé »

Procédure :

1. Fixer $p=1$ et $r=n$
2. Tant que $p \leq r$, faire la chose suivante :
 - A. Fixer q à `partie_entière((p+r)/2)`
 - B. Si $A[q]=x$, alors retourner q
 - C. Sinon, si $A[q]>x$, alors fixer $r=q-1$
 - D. Sinon, fixer $p=q+1$
3. Retourner la valeur de Non-Trouvé

La **partie entière** du nombre réel 2.98 correspond à 2 : on coupe le nombre réel au niveau de la virgule (le point en notation informatique).

Exercice 1

On considère le tableau $A = [10, 4, 12, -2, 4]$ (le même tableau que dans la première séance d'algorithmique).

- (1) A la main, ré-écrire le tableau A trié par ordre croissant.
- (2) Décrire toutes les étapes de l'algorithme `recherche_dichotomique(A, 5, -2)`.
- (3) Décrire toutes les étapes de l'algorithme `recherche_dichotomique(A, 5, 4)`.
- (4) Décrire toutes les étapes de l'algorithme `recherche_dichotomique(A, 5, 12)`.

Exercice 2

On souhaite savoir comment évolue le taux de croissance du temps d'exécution de la recherche dichotomique.

- (1) Reprendre la dernière question de l'exercice précédent : à chaque entrée dans la boucle **tant que**, écrire le contenu du sous-tableau $A[p, r]$.
- (2) Comment généraliser le résultat de la question précédente à un tableau A de taille n quelconque ?
- (3) Quel est le taux de croissance de l'algorithme ? On utilisera la notation $\mathcal{O}()$.

Exercice 3 Fonction factorielle récursive

La fonction mathématique $n!$ est appelée « factorielle n ». Elle est définie par les deux propriétés suivantes :

- $0! = 1$
- $n! = n \times (n - 1) \times (n - 2) \times \dots \times 3 \times 2 \times 1$

Voici une proposition de réalisation de cette fonction en python :

```
def factorielle (n) :  
    if n == 0 :  
        return 1  
    else :  
        resultat = 1  
        for i in range(1,n+1) :  
            resultat = resultat * i  
        return resultat
```

- (1) Calculer $0!$, $2!$, $3!$ et $5!$.
- (2) Caractériser le taux de croissance de cet algorithme avec la notation $\mathcal{O}()$.
- (3) Proposer une version récursive de cet algorithme.
- (4) Caractériser le taux de croissance de ce nouvel algorithme avec la notation $\mathcal{O}()$.